Montrer que des vecteurs sont coplanaires

Exercices corrigés PDF · Terminale

Exercice 1

Dans un repère de l'espace, on donne $u\,(1\,;-1\,;3)$, $v\,(2\,;1\,;-3)$ et $w\,(2\,;4\,;-12)$.

1) Justifier que u et v ne sont pas colinéaires.

2) Déterminer les réels a et b tels que $w = au + bv$. Conclure.

Vidéo et exercices

Exercice 2

Dans un repère de l'espace, on donne $u\,(2\,;-2\,;-4)$, $v\,(3\,;1\,;1)$ et $w\,(5\,;3\,;4)$. On admet que u et v ne sont pas colinéaires.

Montrer que u, v et w sont coplanaires.

Vidéo et exercices

Exercice 3

Dans un repère de l'espace, on donne $u\,(1\,;-1\,;3)$, $v\,(2\,;1\,;-3)$ et $w\,(-7\,;1\,;m)$, où m est un réel. u et v ne sont pas colinéaires.

1) Déterminer les réels a et b tels que $au + bv$ ait pour deux premières coordonnées -7 et 1.

2) En déduire la valeur de m pour laquelle u, v et w sont coplanaires.

Vidéo et exercices

Exercice 4

Dans un repère de l'espace, on donne $A\,(-2\,;-1\,;-1)$, $B\,(-1\,;1\,;2)$, $C\,(-4\,;2\,;-4)$ et $D\,(-10\,;4\,;-16)$.

1) Calculer les coordonnées de AB, AC et AD.

2) Déterminer les réels a et b tels que $AD = aAB + bAC$.

3) Que peut-on en déduire pour les points A, B, C, D ?

Vidéo et exercices

Exercice 5 🌶🌶🌶

Vidéo et exercices

Dans un repère de l'espace, on donne $u\,(1\,;-1\,;3)$, $v\,(2\,;1\,;-3)$ et $w\,(4\,;5\,;-15)$. u et v ne sont pas colinéaires.

1) Déterminer les réels a et b tels que $au+bv$ ait pour deux premières coordonnées 4 et 5.

2) Calculer la troisième coordonnée de $au+bv$.

3) Les vecteurs u, v, w sont-ils coplanaires ? Justifier.

Exercice 6 🌶🌶🌶🌶

Vidéo et exercices

Dans un repère de l'espace, t est un réel et $u\,(1\,;-1\,;3)$, $v\,(2\,;1\,;-3)$, $w\,(2\,;t+1\,;2t-18)$. u et v ne sont pas colinéaires.

Déterminer la valeur de t pour laquelle u, v, w sont coplanaires, et les réels a, b tels que $w=au+bv$.

Exercice 1

1) Si $v = ku$, la 1re coordonnée donne $k = 2$ et la 2e $k = -1$: impossible. Donc u et v ne sont pas colinéaires.

2) $\begin{cases} a + 2b = 2 \\ -a + b = 4 \\ 3a - 3b = -12 \end{cases}$

En ajoutant les deux premières lignes : $3b = 6$, donc $b = 2$, puis $a = 2 - 2 \times 2 = -2$.

Vérification : $3 \times (-2) - 3 \times 2 = -12$.

$\boxed{w = -2u + 2v}$: les trois vecteurs sont coplanaires.

Exercice 2

On cherche a et b tels que $w = au + bv$:

$\begin{cases} 2a + 3b = 5 \\ -2a + b = 3 \\ -4a + b = 4 \end{cases}$

En ajoutant les deux premières lignes : $4b = 8$, donc $b = 2$, puis $-2a = 3 - 2$, soit $a = -\dfrac{1}{2}$.

Vérification : $-4 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) + 2 = 4$.

$\boxed{w = -\dfrac{1}{2}u + 2v}$: les vecteurs sont coplanaires.

Exercice 3

1) $\begin{cases} a + 2b = -7 \\ -a + b = 1 \end{cases}$; en ajoutant : $3b = -6$, donc $b = -2$, puis $a = -7 + 4 = -3$. $\boxed{a = -3,\ b = -2}$

2) Ces valeurs sont les seules possibles. Les vecteurs sont coplanaires si et seulement si la 3e coordonnée coïncide aussi : $m = 3 \times (-3) - 3 \times (-2) = -3$. $\boxed{m = -3}$

Exercice 4

1) $AB\,(1\,;2\,;3)$, $AC\,(-2\,;3\,;-3)$, $AD\,(-8\,;5\,;-15)$.

2) $\begin{cases} a - 2b = -8 \\ 2a + 3b = 5 \\ 3a - 3b = -15 \end{cases}$

De la 1re ligne, $a = -8 + 2b$; dans la 2e : $-16 + 7b = 5$, donc $b = 3$ et $a = -2$.

Vérification : $3 \times (-2) - 3 \times 3 = -15$. $\boxed{AD = -2AB + 3AC}$

3) Les vecteurs AB, AC, AD sont coplanaires : les points A, B, C, D sont coplanaires.

Exercice 5

1) $\begin{cases} a+2b=4 \\ -a+b=5 \end{cases}$; en ajoutant : $3b=9$, d'où $b=3$ et $a=-2$. $\boxed{a=-2,\ b=3}$

2) $3\times(-2)-3\times 3=-15$.

3) C'est la 3e coordonnée de w : $w=-2u+3v$. $\boxed{\text{coplanaires}}$

Exercice 6

1) $w=au+bv$ équivaut à :

$$\begin{cases} a+2b=2 & (1) \\ -a+b=t+1 & (2) \\ 3a-3b=2t-18 & (3) \end{cases}$$

2) De (2) : $t=-a+b-1$. Dans (3) : $3a-3b=-2a+2b-20$, soit $a-b=-4$.

3) Avec (1) : $a=2-2b$, donc $2-3b=-4$, $b=2$, $a=-2$, puis $t=2+2-1=3$.

4) Vérification : pour $t=3$, $w\,(2\,;4\,;-12)=-2u+2v$. $\boxed{t=3,\ a=-2,\ b=2}$

Vecteurs coplanaires : exercices corrigés PDF (Tle) (Terminale). Ces exercices corrigés montrent comment prouver que des vecteurs sont coplanaires à partir de leurs coordonnées, en cherchant une combinaison linéaire. La même méthode permet de montrer que quatre points de l'espace sont coplanaires. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.