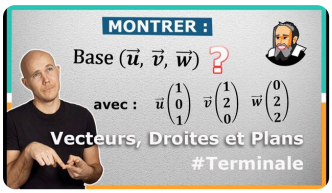
Montrer que 3 vecteurs forment une base

Exercices corrigés PDF · Terminale



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

On donne $u\,(1\,;1\,;2)$, $v\,(1\,;2\,;0)$ et $w\,(0\,;2\,;2)$.

1) Justifier que v et w ne sont pas colinéaires.

2) Montrer qu'il n'existe pas de réels a, b tels que $u = av + bw$.

3) Conclure.

Vidéo et exercices

Exercice 2

On donne $u\,(1\,;2\,;4)$, $v\,(1\,;0\,;2)$ et $w\,(0\,;1\,;1)$.

Le triplet $(u\,;v\,;w)$ est-il une base de l'espace ? Justifier.

Vidéo et exercices

Exercice 3

Soit m un réel. On donne $u\,(1\,;0\,;1)$, $v\,(0\,;1\,;2)$ et $w\,(2\,;1\,;m)$.

Pour quelles valeurs de m le triplet $(u\,;v\,;w)$ est-il une base de l'espace ?

Vidéo et exercices

Exercice 4

Soit $(i\,;j\,;k)$ une base de l'espace. On pose $u = i + j$, $v = j + k$ et $w = 2i + j - k$.

Le triplet $(u\,;v\,;w)$ est-il une base de l'espace ? Justifier.

Vidéo et exercices

Exercice 5 🌶🌶🌶

Vidéo et exercices

$ABCDEFGH$ est un cube ($ABCD$ face du bas, E, F, G, H au-dessus de A, B, C, D). On pose $p = AC$, $q = AB$ et $r = DH$.

1) Exprimer $ap + bq$ en fonction de AB, AD, AE, pour des réels a et b.

2) Donner les coordonnées de r dans la base $(AB\,;AD\,;AE)$.

3) Montrer que $(p\,;q\,;r)$ est une base de l'espace.

Exercice 6 🌶🌶🌶🌶

Vidéo et exercices

$ABCD$ est un tétraèdre ; $(AB\,;AC\,;AD)$ est une base de l'espace. Soit t un réel. On pose $u = AB + 2AC$, $v = AC + 2AD$, $w = AB + tAD$.

1) Exprimer $au + bv$ dans la base $(AB\,;AC\,;AD)$.

2) Déterminer la valeur t_0 de t pour laquelle $(u\,;v\,;w)$ n'est pas une base.

Exercice 1

1) La 1re coordonnée de w est nulle, pas celle de v, et $w \neq 0$: ils ne sont pas colinéaires.

2) $\begin{cases} 1 = a \\ 1 = 2a + 2b \\ 2 = 2b \end{cases}$

$a = 1$, $b = 1$, mais alors $2a + 2b = 4 \neq 1$: pas de solution.

3) u, v, w ne sont pas coplanaires : $\boxed{(u\,;v\,;w) \text{ est une base}}$.

Exercice 2

v et w ne sont pas colinéaires. On cherche a, b tels que $u = av + bw$:

$$\begin{cases} 1 = a \\ 2 = b \\ 4 = 2a + b \end{cases}$$

$a = 1$, $b = 2$ et $2a + b = 4$: la 3e équation est vérifiée. Donc $u = v + 2w$, les vecteurs sont coplanaires : $\boxed{\text{ce n'est pas une base}}$.

Exercice 3

1) u et v ne sont pas colinéaires (2e coordonnées 0 et 1, 1res 1 et 0).

2) $w = au + bv$ équivaut à $a = 2$, $b = 1$ et $m = a + 2b = 4$.

3) Pour $m = 4$, $w = 2u + v$: pas une base. Pour $m \neq 4$, les vecteurs ne sont pas coplanaires : $\boxed{\text{base si et seulement si } m \neq 4}$.

Exercice 4

1) u et v ne sont pas colinéaires (u n'a pas de composante sur k, v en a une, et $u \neq 0$).

2) $au + bv = ai + (a+b)j + bk$. Par identification avec w : $a = 2$, $b = -1$, et $a + b = 1$ convient.

3) $w = 2u - v$: les vecteurs sont coplanaires, $\boxed{\text{ce n'est pas une base}}$.

Exercice 5

1) $p = AB + AD$, donc $ap + bq = (a+b)AB + aAD + 0\,AE$.

2) $r = DH = AE$: $\boxed{r\,(0\,;0\,;1)}$

3) p et q ne sont pas colinéaires. Toute combinaison $ap + bq$ a une 3e coordonnée nulle, alors que celle de r vaut 1 : r n'est pas coplanaire avec p, q. $\boxed{(p\,;q\,;r) \text{ est une base}}$

Exercice 6

1) $au + bv = aAB + (2a + b)AC + 2bAD$.

2) u et v ne sont pas colinéaires. $w\,(1\,;0\,;t)$; $w = au + bv$ équivaut à $a = 1$, $2a + b = 0$, $2b = t$, soit $b = -2$ et $t = -4$. $\boxed{t_0 = -4}$ (alors $w = u - 2v$).

Montrer que 3 vecteurs forment une base : exercices corrigés PDF (Terminale). Ces exercices corrigés montrent comment prouver que 3 vecteurs forment une base de l'espace : on vérifie qu'ils ne sont pas coplanaires. Si l'un s'écrit comme combinaison des deux autres, les vecteurs sont coplanaires et ne forment pas une base. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.