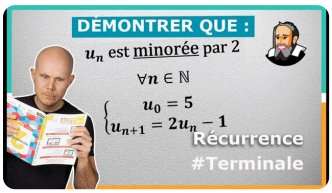
Suite majorée, minorée par récurrence

Exercices corrigés PDF · Terminale



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

64 % de réussite

Soit (u_n) une suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$. On souhaite démontrer par récurrence que cette suite est majorée par 5.

Écrire la propriété P_n à démontrer.

Corrigé interactif

Exercice 2

88 % de réussite

Soit (u_n) une suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$. On souhaite démontrer par récurrence que cette suite est minorée par 4.

Écrire la propriété P_n à démontrer.

Corrigé interactif

Exercice 3

68 % de réussite

On considère la suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n - 1$.

Démontrer par récurrence que la suite (u_n) est minorée par 2.

Corrigé interactif

Exercice 4

84 % de réussite

On considère la suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} + 1$.

Démontrer par récurrence que la suite (u_n) est majorée par 2.

Corrigé interactif

Exercice 5

74 % de réussite

On considère la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \quad u_n + 2$.

Démontrer par récurrence que la suite (u_n) est majorée par 2.

Corrigé interactif

Exercice 6

43 % de réussite

On considère la suite définie par $u_1 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = \dfrac{4u_n + 1}{u_n + 4}$.

1) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ tel que $u_n \geq 0$, $u_{n+1} - 1 = \dfrac{3(u_n - 1)}{u_n + 4}$.

2) Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $0 \leq u_n \leq 1$.

3) En déduire que la suite (u_n) est majorée par 1.

Corrigé interactif

Exercice 1

Une suite est majorée par M lorsque, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq M$.

$\boxed{P_n : u_n \leq 5}$

Exercice 2

Une suite est minorée par m lorsque, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $m \leq u_n$.

$\boxed{P_n : 4 \leq u_n}$

Exercice 3

Soit $P_n : 2 \leq u_n$.

Initialisation. $u_0 = 2$ donc $2 \leq u_0$: P_0 est vraie.

Hérédité. Supposons P_n vraie pour un certain $n \in \mathbb{N}$: $2 \leq u_n$. Alors $4 \leq 2u_n$, donc $3 \leq 2u_n - 1 = u_{n+1}$. Comme $2 \leq 3$, on a $2 \leq u_{n+1}$: P_{n+1} est vraie.

Conclusion. P_0 est vraie et la propriété est héréditaire, donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boxed{u_n \geq 2}$: la suite est minorée par 2.

Exercice 4

Soit $P_n : u_n \leq 2$.

Initialisation. $u_0 = 2$ donc $u_0 \leq 2$: P_0 est vraie.

Hérédité. Supposons $u_n \leq 2$ pour un certain $n \in \mathbb{N}$. Alors $\frac{u_n}{2} \leq 1$, donc $\frac{u_n}{2} + 1 \leq 2$, c'est-à-dire $u_{n+1} \leq 2$: P_{n+1} est vraie.

Conclusion. Par récurrence, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boxed{u_n \leq 2}$: la suite est majorée par 2.

Exercice 5

Soit $P_n : u_n \leq 2$.

Initialisation. $u_0 = 1 \leq 2$: P_0 est vraie.

Hérédité. Supposons $u_n \leq 2$ pour un certain $n \in \mathbb{N}$. Alors $u_n + 2 \leq 4$ et, la fonction racine carrée étant croissante sur $[0\,;+\infty[$, $\sqrt{u_n + 2} \leq \sqrt{4} = 2$, soit $u_{n+1} \leq 2$: P_{n+1} est vraie.

Conclusion. Par récurrence, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boxed{u_n \leq 2}$: la suite est majorée par 2.

Exercice 6

1) Si $u_n \geq 0$, alors $u_n + 4 \neq 0$ et $u_{n+1} - 1 = \dfrac{4u_n + 1 - (u_n + 4)}{u_n + 4} = \dfrac{3u_n - 3}{u_n + 4} = \boxed{\dfrac{3(u_n - 1)}{u_n + 4}}$.

2) Soit P_n : $0 \leq u_n \leq 1$.
Initialisation. $u_1 = 0$ donc $0 \leq u_1 \leq 1$: P_1 est vraie.
Hérédité. Supposons $0 \leq u_n \leq 1$ pour un certain $n \in \mathbb{N}^*$. Alors $u_n + 4 > 0$ et $u_n - 1 \leq 0$, donc d'après 1), $u_{n+1} - 1 \leq 0$, soit $u_{n+1} \leq 1$. De plus $4u_n + 1 > 0$, donc $u_{n+1} > 0$. Ainsi P_{n+1} est vraie.
Conclusion. Par récurrence, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\boxed{0 \leq u_n \leq 1}$.

3) En particulier, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n \leq 1$: $\boxed{(u_n) \text{ est majorée par } 1}$ (et même bornée).

Suite majorée, minorée par récurrence : exercices corrigés PDF (Terminale). Ces exercices corrigés montrent comment prouver qu'une suite est majorée, minorée ou bornée grâce à un raisonnement par récurrence. La feuille PDF reprend la rédaction attendue en Terminale : propriété, initialisation, hérédité et conclusion. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.