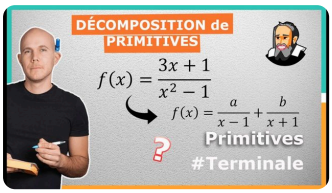
Primitives par décomposition

Exercices corrigés PDF · Terminale



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

35 % de réussite

Soit f définie sur $]1\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{5x+4}{x^2-1}$.

1) Déterminer les réels a et b tels que, pour tout $x>1$, $f(x)=\dfrac{a}{x-1}+\dfrac{b}{x+1}$.

2) En déduire les primitives de f sur $]1\,;+\infty[$.

3) Déterminer la primitive F_0 de f qui s'annule en 2.

Corrigé interactif

Exercice 2

48 % de réussite

Soit f définie sur $]-\infty\,;1[$ par $f(x)=\dfrac{5x^2-10x+9}{(x-1)^2}$.

1) Déterminer les réels a et b tels que $f(x)=a+\dfrac{b}{(x-1)^2}$.

2) En déduire les primitives de f sur $]-\infty\,;1[$.

3) Déterminer la primitive F_0 de f qui s'annule en -1.

Corrigé interactif

Exercice 3

Soit f définie sur $]2\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{3x}{x^2-x-2}$.

1) Vérifier que $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$, puis déterminer a et b tels que $f(x)=\dfrac{a}{x-2}+\dfrac{b}{x+1}$.

2) Déterminer la primitive F de f sur $]2\,;+\infty[$ telle que $F(3)=0$.

3) Montrer que, pour tout $x>2$, $F(x)=\ln\left(\dfrac{(x-2)^2(x+1)}{4}\right)$.

Vidéo et exercices

Primitives par décomposition

Corrigé détaillé

Exercice 1

1) $\dfrac{a}{x-1}+\dfrac{b}{x+1}=\dfrac{(a+b)x+a-b}{x^2-1}$. Par identification, $a+b=5$ et $a-b=4$, d'où $\boxed{a=\dfrac{9}{2} \text{ et } b=\dfrac{1}{2}}$.

2) $f(x)=\dfrac{9}{2}\times\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{x+1}$, de la forme $\dfrac{u'}{u}$ avec $x-1>0$ et $x+1>0$ sur l'intervalle.
$\boxed{F(x)=\dfrac{9}{2}\ln(x-1)+\dfrac{1}{2}\ln(x+1)+c,\ c\in\mathbb{R}}$.

3) $F(2)=\dfrac{9}{2}\ln 1+\dfrac{1}{2}\ln 3+c=\dfrac{\ln 3}{2}+c=0$ donc $c=-\dfrac{\ln 3}{2}$. $\boxed{F_0(x)=\dfrac{9}{2}\ln(x-1)+\dfrac{1}{2}\ln(x+1)-\dfrac{\ln 3}{2}}$.

Exercice 2

1) $a+\dfrac{b}{(x-1)^2}=\dfrac{ax^2-2ax+a+b}{(x-1)^2}$. Par identification, $a=5$, $-2a=-10$, $a+b=9$, d'où $\boxed{a=5 \text{ et } b=4}$.

2) $f(x)=5+4\times\dfrac{1}{(x-1)^2}$ et une primitive de $\dfrac{1}{(x-1)^2}$ est $-\dfrac{1}{x-1}$. $\boxed{F(x)=5x-\dfrac{4}{x-1}+c,\ c\in\mathbb{R}}$.

3) $F(-1)=-5-\dfrac{4}{-2}+c=-3+c=0$ donc $c=3$. $\boxed{F_0(x)=5x-\dfrac{4}{x-1}+3}$.

Exercice 3

1) $(x-2)(x+1)=x^2+x-2x-2=x^2-x-2$. Puis $\dfrac{a}{x-2}+\dfrac{b}{x+1}=\dfrac{(a+b)x+a-2b}{x^2-x-2}$: $a+b=3$ et $a-2b=0$, d'où $\boxed{a=2 \text{ et } b=1}$.

2) Sur $]2\,;+\infty[$, $x-2>0$ et $x+1>0$: $F(x)=2\ln(x-2)+\ln(x+1)+c$. $F(3)=0+\ln 4+c=0$ donne $c=-\ln 4$. $\boxed{F(x)=2\ln(x-2)+\ln(x+1)-\ln 4}$.

3) $2\ln(x-2)+\ln(x+1)-\ln 4=\ln\left((x-2)^2\right)+\ln(x+1)-\ln 4$, d'où $\boxed{F(x)=\ln\left(\dfrac{(x-2)^2(x+1)}{4}\right)}$.

Primitive et décomposition : exercices corrigés PDF (Tle) (Terminale). Ces exercices de primitives montrent comment décomposer une fraction rationnelle pour se ramener à des primitives composées de la forme u'/u ou u'/u². Le PDF corrigé détaille aussi la recherche de la primitive qui vérifie une condition donnée. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.