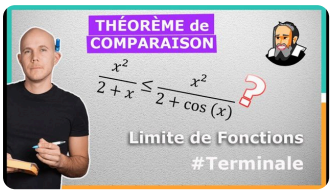
Théorème de comparaison des limites

Exercices corrigés PDF · Terminale



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

66 % de réussite

On considère la limite $\lim\limits_{x\to+\infty}(8\sin x+2x)$.

1) Montrer que, pour tout réel x, $8\sin x+2x\geq 2x-8$.

2) En déduire la limite.

Corrigé interactif

Exercice 2

70 % de réussite

On considère la limite $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(7\cos x+5x^2\right)$.

1) Déterminer une fonction polynôme g telle que, pour tout réel x, $g(x)\leq 7\cos x+5x^2$.

2) En déduire la limite.

Corrigé interactif

Exercice 3

57 % de réussite

On considère la limite $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{9x^2}{\cos x+3}\right)$.

1) Montrer que, pour tout réel x, $2\leq\cos x+3\leq 4$.

2) En déduire que, pour tout réel x, $\dfrac{9x^2}{\cos x+3}\geq\dfrac{9x^2}{4}$.

3) En déduire la limite.

Corrigé interactif

Exercice 4

62 % de réussite

Corrigé interactif

On considère la limite $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^4+9}{2\sin x+3x^2}\right)$.

1) Montrer que, pour tout $x \geq 1$, $0 < 2\sin x + 3x^2 \leq 3x^2 + 2$.

2) En déduire que, pour tout $x \geq 1$, $\dfrac{x^4+9}{2\sin x+3x^2} \geq \dfrac{x^4+9}{3x^2+2}$.

3) En déduire la limite.

Théorème de comparaison des limites

Corrigé détaillé

Exercice 1

1) Pour tout réel x, $-1 \leq \sin x \leq 1$, donc $-8 \leq 8\sin x \leq 8$, puis $2x - 8 \leq 8\sin x + 2x$.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-8) = +\infty$. Par comparaison, $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty}(8\sin x + 2x) = +\infty}$

Exercice 2

1) Pour tout réel x, $-1 \leq \cos x \leq 1$, donc $-7 \leq 7\cos x$, puis $5x^2 - 7 \leq 7\cos x + 5x^2$. On prend $\boxed{g(x) = 5x^2 - 7}$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(5x^2-7) = +\infty$. Par comparaison, $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty}\left(7\cos x + 5x^2\right) = +\infty}$

Exercice 3

1) $-1 \leq \cos x \leq 1$ donc $2 \leq \cos x + 3 \leq 4$.

2) La fonction inverse est décroissante sur $]0\,;+\infty[$: $\dfrac{1}{4} \leq \dfrac{1}{\cos x + 3} \leq \dfrac{1}{2}$. Comme $9x^2 \geq 0$, on obtient $\dfrac{9x^2}{4} \leq \dfrac{9x^2}{\cos x + 3}$.

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9x^2}{4} = +\infty$. Par comparaison, $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9x^2}{\cos x + 3} = +\infty}$

Exercice 4

1) $-1 \leq \sin x \leq 1$ donc $3x^2 - 2 \leq 2\sin x + 3x^2 \leq 3x^2 + 2$. Pour $x \geq 1$, $3x^2 - 2 \geq 1 > 0$.

2) Les deux membres étant strictement positifs, la décroissance de la fonction inverse donne $\dfrac{1}{3x^2+2} \leq \dfrac{1}{2\sin x + 3x^2}$; on multiplie par $x^4 + 9 > 0$.

3) $\dfrac{x^4+9}{3x^2+2} = \dfrac{x^2\left(1+\frac{9}{x^4}\right)}{3+\frac{2}{x^2}}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^4+9}{3x^2+2} = +\infty$. Par comparaison, $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^4+9}{2\sin x + 3x^2} = +\infty}$

Théorème de comparaison des limites : exercices corrigés PDF (Terminale). Ces exercices sur le théorème de comparaison des limites de fonctions s'appuient sur l'encadrement de sinus et cosinus. Chaque exercice corrigé en PDF détaille la minoration puis la limite, comme dans les exercices de comparaison de suites. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.