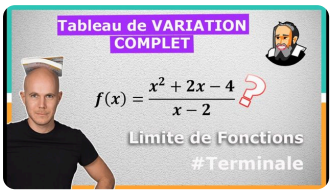
# Tableau de variations complet avec limites

Exercices corrigés PDF · Terminale




**Le cours en vidéo**

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

## Exercice 1

49 % de réussite

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \dfrac{-x-2}{2x-2}$.

**1)** Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.

**2)** Déterminer les limites de $f$ en $-\infty$, en $+\infty$ et en $1$ (à gauche et à droite).

**3)** Dresser le tableau de variations complet de $f$.

Corrigé interactif

## Exercice 2

42 % de réussite

Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = -2x - \dfrac{1}{x} - 2$.

**1)** Donner l'ensemble de définition $D_f$ de $f$ et justifier que $f$ est dérivable sur $D_f$.

**2)** Montrer que $f'(x) = \dfrac{1-2x^2}{x^2}$ et étudier son signe.

**3)** Déterminer les limites de $f$ aux bornes de $D_f$.

**4)** Dresser le tableau de variations complet de $f$.

Corrigé interactif

## Exercice 3

49 % de réussite

Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$.

**1)** Donner l'ensemble de définition $D_f$ de $f$.

**2)** Montrer que $f'(x) = \dfrac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$ et étudier son signe.

**3)** Déterminer les limites de $f$ aux bornes de $D_f$.

**4)** Dresser le tableau de variations complet de $f$.

Corrigé interactif

## Exercice 1

**1)** $u(x) = -x-2$, $v(x) = 2x-2$, $u'(x) = -1$, $v'(x) = 2$.

$$f'(x) = \frac{-(2x-2) - 2(-x-2)}{(2x-2)^2} = \frac{6}{(2x-2)^2} = \frac{3}{2(x-1)^2}.$$

Donc $\boxed{f'(x) = \dfrac{3}{2(x-1)^2} > 0}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

**2)** En $\pm\infty$, $f(x) = \dfrac{x\left(-1 - \frac{2}{x}\right)}{x\left(2 - \frac{2}{x}\right)}$ tend vers $-\dfrac{1}{2}$. En $1$ : $-x-2 \to -3$ ; $2x-2 \to 0^-$ si $x \to 1^-$ et $0^+$ si $x \to 1^+$.

Donc $\boxed{\lim\limits_{\pm\infty} f = -\dfrac{1}{2},\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = +\infty,\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -\infty}$.

**3)**

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\frac{1}{2}$ | $\nearrow$ | $+\infty \,\|\|\, -\infty$ | $\nearrow$ | $-\frac{1}{2}$ |

## Exercice 2

**1)** $f(x)$ existe si et seulement si $x \neq 0$ : $\boxed{D_f = ]-\infty\,;0[ \cup ]0\,;+\infty[}$. $f$ est la somme d'un polynôme et de $x \mapsto -\dfrac{1}{x}$, dérivables sur $D_f$, donc $f$ est dérivable sur $D_f$.

**2)** $f'(x) = -2 + \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{1-2x^2}{x^2}$. Comme $x^2 > 0$, $f'(x)$ a le signe de $1-2x^2$, qui s'annule en $\pm\dfrac{2}{2}$ et est positif entre ces racines : $\boxed{f'(x) > 0 \iff x \in \left]-\dfrac{2}{2}\,;0\right[ \cup \left]0\,;\dfrac{2}{2}\right[}$.

**3)** $\lim\limits_{x\to-\infty}(-2x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x} = 0$, donc $\lim\limits_{-\infty} f = +\infty$ ; de même $\lim\limits_{+\infty} f = -\infty$. Si $x \to 0^-$, $-\dfrac{1}{x} \to +\infty$ ; si $x \to 0^+$, $-\dfrac{1}{x} \to -\infty$. $\boxed{\lim\limits_{-\infty} f = +\infty,\ \lim\limits_{0^-} f = +\infty,\ \lim\limits_{0^+} f = -\infty,\ \lim\limits_{+\infty} f = -\infty}$.

**4)** $f\left(-\dfrac{2}{2}\right) = \quad 2 + \quad 2 - 2 = 2 \quad 2 - 2$ et $f\left(\dfrac{2}{2}\right) = - \quad 2 - \quad 2 - 2 = -2 \quad 2 - 2$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{2}{2}$ | | $0$ | | $\frac{2}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $2 \quad 2-2$ | $\nearrow$ | $+\infty \,\|\|\, -\infty$ | $\nearrow$ | $-2 \quad 2-2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

## Exercice 3

**1)** $x-1=0 \iff x=1$, donc $\boxed{D_f=]-\infty\,;1[\cup]1\,;+\infty[}$ ; $f$ est rationnelle donc dérivable sur $D_f$.

**2)** $u(x)=x^2+3$, $v(x)=x-1$ :

$$f'(x)=\frac{2x(x-1)-(x^2+3)}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=\frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}.$$

Comme $(x-1)^2>0$, $f'(x)$ a le signe de $(x+1)(x-3)$ :
$\boxed{f'(x)<0 \text{ sur } ]-1\,;1[\cup]1\,;3[\,,\ f'(x)>0 \text{ ailleurs}}$, avec $f'(-1)=f'(3)=0$.

**3)** En $\pm\infty$, $f(x)=\dfrac{x\left(1+\frac{3}{x^2}\right)}{1-\frac{1}{x}}$, donc $\lim\limits_{-\infty} f=-\infty$ et $\lim\limits_{+\infty} f=+\infty$. En $1$ : $x^2+3\to 4$ et $x-1\to 0^{\pm}$.

$\boxed{\lim\limits_{-\infty} f=-\infty,\ \lim\limits_{1^-} f=-\infty,\ \lim\limits_{1^+} f=+\infty,\ \lim\limits_{+\infty} f=+\infty}$.

**4)** $f(-1)=\dfrac{4}{-2}=-2$ et $f(3)=\dfrac{12}{2}=6$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $-2$ | $\searrow$ | $-\infty \,\|\|\, +\infty$ | $\searrow$ | $6$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**Tableau de variation avec limites : exercices corrigés PDF (Terminale).** Ces exercices expliquent comment dresser un tableau de variation complet en Terminale : dérivée, signe, puis limites aux bornes et en la valeur interdite. Ils associent calcul de limite et tableau de variations de fonctions rationnelles. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.