

Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = 1 - \dfrac{1}{n+1}$ et $v_n = 1 + \dfrac{1}{n+1}$.

1) Étudier le sens de variation de (u_n) et de (v_n).

2) Déterminer la limite de $v_n - u_n$.

3) En déduire que les suites sont adjacentes et donner leur limite commune.

Vidéo et exercices

Exercice 2

Pour tout $n \geq 1$, on pose $u_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$ et $v_n = u_n + \dfrac{1}{n}$.

1) Montrer que (u_n) est croissante.

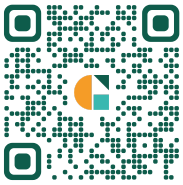
2) Montrer que $v_{n+1} - v_n = -\dfrac{1}{n(n+1)^2}$ et en déduire le sens de variation de (v_n).

3) Montrer que (u_n) et (v_n) sont adjacentes.

4) On note ℓ leur limite commune. Justifier que $u_3 \leq \ell \leq v_3$ et donner cet encadrement sous forme de fractions.

Vidéo et exercices

Exercice 3 🌶🌶🌶🌶



Vidéo et exercices

Deux réservoirs contiennent au départ $u_0 = 1$ L et $v_0 = 9$ L de liquide. À chaque étape, on mélange de sorte que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3} \qquad v_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}$$

1) On pose $w_n = v_n - u_n$. Montrer que (w_n) est géométrique et exprimer w_n en fonction de n.

2) Étudier le sens de variation de (u_n) et de (v_n).

3) En déduire que les suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes.

4) Montrer que $u_n + v_n$ est constante, puis déterminer la limite commune.

Exercice 1

1) $u_{n+1}-u_n=\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}=\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}>0$: (u_n) est croissante.

$v_{n+1}-v_n=\dfrac{1}{n+2}-\dfrac{1}{n+1}=-\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}<0$: (v_n) est décroissante.

2) $v_n-u_n=\dfrac{2}{n+1}$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2}{n+1}=0$.

3) (u_n) croissante, (v_n) décroissante et $v_n-u_n\to 0$: les suites sont adjacentes. Comme $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n+1}=0$, $\boxed{\lim u_n=\lim v_n=1}$.

Exercice 2

1) $u_{n+1}-u_n=\dfrac{1}{(n+1)^2}>0$: (u_n) est croissante.

2) $v_{n+1}-v_n=\dfrac{1}{(n+1)^2}+\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n}=\dfrac{n+n(n+1)-(n+1)^2}{n(n+1)^2}=\dfrac{-1}{n(n+1)^2}<0$: (v_n) est décroissante.

3) $v_n-u_n=\dfrac{1}{n}\to 0$; avec 1. et 2., les suites sont adjacentes.

4) (u_n) croît vers ℓ et (v_n) décroît vers ℓ, donc $u_n\le\ell\le v_n$ pour tout $n\ge 1$.

$u_3=1+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{9}=\dfrac{49}{36}$ et $v_3=\dfrac{49}{36}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{61}{36}$, d'où $\boxed{\dfrac{49}{36}\le\ell\le\dfrac{61}{36}}$.

Exercice 3

1) $w_{n+1}=\dfrac{u_n+2v_n-2u_n-v_n}{3}=\dfrac{1}{3}w_n$: (w_n) est géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$, de premier terme $w_0=8$, donc $w_n=8\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$.

2) $u_{n+1}-u_n=\dfrac{v_n-u_n}{3}=\dfrac{w_n}{3}>0$: (u_n) est croissante.

$v_{n+1}-v_n=\dfrac{u_n-v_n}{3}=-\dfrac{w_n}{3}<0$: (v_n) est décroissante.

3) $0<\dfrac{1}{3}<1$ donc $w_n\to 0$; avec 2., les suites sont adjacentes.

4) $u_{n+1}+v_{n+1}=\dfrac{3u_n+3v_n}{3}=u_n+v_n$, donc $u_n+v_n=u_0+v_0=10$. Les suites convergent vers une même limite ℓ, d'où $2\ell=10$ et $\boxed{\ell=5}$.

Suites adjacentes : exercices corrigés PDF (Terminale). Ces exercices corrigés sur les suites adjacentes, en PDF, couvrent la définition et la méthode : étudier le sens de variation de chaque suite puis la limite de leur différence. Ils préparent aux exercices de suites de terminale. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.