Forme indéterminée : quel théorème utiliser ?

Exercices corrigés PDF · Terminale



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

Pour chaque suite, indiquer la forme indéterminée obtenue, puis déterminer la limite.

1) $u_n = n^2 - 3n + 1$

2) $v_n = \dfrac{2n^2 + 1}{n^2 + n}$ pour $n \geq 1$

Vidéo et exercices

Exercice 2

Déterminer la limite de chaque suite en levant la forme indéterminée.

1) $u_n = \quad n + 1 - \quad n$

2) $w_n = \dfrac{3^n - 2^n}{3^n + 1}$

Vidéo et exercices

Exercice 3

1) On pose $u_n = \dfrac{n + \cos n}{n + 1}$ pour $n \in \mathbb{N}$.

a. Montrer que pour tout n, $\dfrac{n-1}{n+1} \leq u_n \leq 1$.

b. En déduire la limite de (u_n).

2) On pose $v_n = n^2\,\mathrm{e}^{-n}$. Quelle forme indéterminée obtient-on ? Déterminer la limite de (v_n) en justifiant.

Vidéo et exercices

Forme indéterminée : quel théorème utiliser ?

Corrigé détaillé

Exercice 1

1) Forme « $\infty - \infty$ ». On factorise par le terme dominant : $u_n = n^2\left(1 - \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}\right)$. Or $\lim n^2 = +\infty$ et la parenthèse tend vers 1, donc $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty}$.

2) Forme « $\frac{\infty}{\infty}$ ». $v_n = \frac{n^2\left(2 + \frac{1}{n^2}\right)}{n^2\left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \frac{2 + \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{1}{n}}$, donc $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 2}$.

Exercice 2

1) Forme « $\infty - \infty$ ». On multiplie par la quantité conjuguée :

$$u_n = \frac{(n+1) - n}{n+1+\quad n} = \frac{1}{n+1+\quad n}$$

Le dénominateur tend vers $+\infty$, donc $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0}$.

2) Forme « $\frac{\infty}{\infty}$ ». On divise par 3^n : $w_n = \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 + \left(\frac{1}{3}\right)^n}$. Comme $-1 < \frac{2}{3} < 1$ et $-1 < \frac{1}{3} < 1$, $\left(\frac{2}{3}\right)^n \to 0$ et $\left(\frac{1}{3}\right)^n \to 0$, donc $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 1}$.

Exercice 3

1) a. Pour tout n, $-1 \leq \cos n \leq 1$, donc $n - 1 \leq n + \cos n \leq n + 1$. En divisant par $n + 1 > 0$: $\frac{n-1}{n+1} \leq u_n \leq 1$.

b. $\frac{n-1}{n+1} = \frac{1 - \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n}} \to 1$. D'après le théorème des gendarmes, $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1}$.

2) Forme « $\infty \times 0$ ». On écrit $v_n = \frac{n^2}{\mathrm{e}^n}$. Par croissances comparées, $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^n}{n^2} = +\infty$, donc $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0}$.

Forme indéterminée des suites : exercices corrigés PDF (Terminale). Une forme indéterminée ne permet pas de conclure directement sur la limite d'une suite : il faut transformer l'expression. Ces exercices corrigés montrent quelle méthode choisir pour lever une forme indéterminée : terme dominant, quantité conjuguée, théorème des gendarmes ou croissances comparées. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.