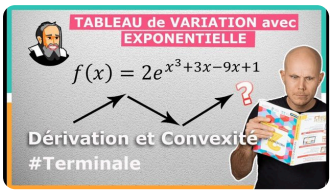
Tableau de variations et exponentielle

Exercices corrigés PDF · Terminale



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

69 % de réussite

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{2x^2-8x+1}$.

1) Calculer $g'(x)$ et étudier son signe.

2) Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

3) Dresser le tableau de variations de g et donner l'intervalle sur lequel g est strictement croissante.

Corrigé interactif

Exercice 2

69 % de réussite

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{x^3-3x^2-9x+1}$.

1) Calculer $f'(x)$.

2) Étudier le signe de $f'(x)$.

3) Dresser le tableau de variations de f (limites comprises) et donner l'intervalle sur lequel f est strictement décroissante.

Corrigé interactif

Exercice 3

50 % de réussite

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -6x\,e^{5-2x^2}$.

1) Montrer que $h'(x) = \left(24x^2 - 6\right) e^{5-2x^2}$.

2) Étudier le signe de $h'(x)$.

3) On admet que $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = 0$. Dresser le tableau de variations de h et donner les intervalles sur lesquels h est strictement croissante.

Corrigé interactif

Exercice 1

1) $g = e^u$ avec $u(x) = 2x^2 - 8x + 1$, $u'(x) = 4x - 8$, donc $\boxed{g'(x) = (4x-8)e^{2x^2-8x+1}}$. Comme $e^{u(x)} > 0$, $g'(x)$ a le signe de $4x - 8$, qui s'annule en $x = 2$.

2) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(2x^2 - 8x + 1\right) = +\infty$ (terme de plus haut degré) et $\lim\limits_{X \to +\infty} e^X = +\infty$, donc par composition g tend vers $+\infty$ en $-\infty$ et en $+\infty$.

3) $g(2) = e^{8-16+1} = e^{-7}$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$4x-8$		$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e^{-7}	$\nearrow$	$+\infty$

g est strictement croissante sur $\boxed{[2\,;+\infty[}$.

Exercice 2

1) $f = e^u$ avec $u'(x) = 3x^2 - 6x - 9$: $\boxed{f'(x) = \left(3x^2 - 6x - 9\right)e^{x^3-3x^2-9x+1}}$

2) $e^{u(x)} > 0$, donc $f'(x)$ a le signe de $3x^2 - 6x - 9 = 3\left(x^2 - 2x - 3\right)$. $\Delta = 4 + 12 = 16$, racines $\dfrac{2-4}{2} = -1$ et $\dfrac{2+4}{2} = 3$. Le trinôme ($a = 3 > 0$) est positif à l'extérieur des racines, négatif entre elles.

3) $u(-1) = -1 - 3 + 9 + 1 = 6$ et $u(3) = 27 - 27 - 27 + 1 = -26$. En $-\infty$, $u(x) \to -\infty$ donc $f(x) \to 0$; en $+\infty$, $u(x) \to +\infty$ donc $f(x) \to +\infty$.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	e^6	$\searrow$	e^{-26}	$\nearrow$	$+\infty$

f est strictement décroissante sur $\boxed{[-1\,;3]}$.

Exercice 3

1) $h = uv$ avec $u(x) = -6x$, $u'(x) = -6$, $v(x) = e^{5-2x^2}$, $v'(x) = -4x\,e^{5-2x^2}$.
$h'(x) = -6e^{5-2x^2} + (-6x)(-4x)e^{5-2x^2}$, d'où $\boxed{h'(x) = \left(24x^2 - 6\right)e^{5-2x^2}}$

2) $e^{5-2x^2} > 0$, donc $h'(x)$ a le signe de $24x^2 - 6 = 6(2x-1)(2x+1)$, qui s'annule en $-\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{1}{2}$: positif à l'extérieur, négatif entre les racines.

3) $h\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 3e^{5-\frac{1}{2}} = 3e^{\frac{9}{2}}$ et $h\left(\dfrac{1}{2}\right) = -3e^{\frac{9}{2}}$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	0	$\nearrow$	$3e^{\frac{9}{2}}$	$\searrow$	$-3e^{\frac{9}{2}}$	$\nearrow$	0

h est strictement croissante sur $\boxed{\left]-\infty\,;-\dfrac{1}{2}\right]}$ et sur $\boxed{\left[\dfrac{1}{2}\,;+\infty\right[}$.

Tableau de variation exponentielle : exercices corrigés PDF (Terminale). Ces exercices corrigés de tableau de variation avec l'exponentielle reprennent la méthode complète : dérivée de e^u, signe de la dérivée sachant que l'exponentielle est strictement positive, limites aux bornes. On en déduit le tableau de variations et les intervalles de monotonie. Feuille PDF de terminale. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.