Changement de variable avec cos ou sin

Exercices corrigés PDF · Première



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\cos^2(x) + \quad 2\cos(x) = 0$.

Corrigé interactif

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\sin^2(x) + \quad 2\sin(x) = 0$.

Corrigé interactif

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\cos^2(x) - 3\cos(x) + 1 = 0$.

Corrigé interactif

Exercice 4

Résoudre dans $]-\pi\,;\pi[$ l'équation $2\sin^2(x) - \sin(x) - 1 = 0$.

Corrigé interactif

Exercice 5 🌶🌶🌶🌶

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos^2(x) + \left(1 + \frac{2}{2}\right)\sin(x) - 1 - \frac{2}{2} = 0.$

Corrigé interactif

Exercice 1

On pose $X = \cos(x)$: $2X^2 + \quad 2X = 0 \iff X\left(2X + \quad 2\right) = 0 \iff X = 0$ ou $X = -\dfrac{2}{2}$.

- $\cos(x) = 0 = \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right) \iff x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$ ou $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
- $\cos(x) = -\dfrac{2}{2} = \cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right) \iff x = \dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi$ ou $x = -\dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$S = \left\{-\frac{3\pi}{4} + 2k\pi\,;-\frac{\pi}{2} + 2k\pi\,;\frac{\pi}{2} + 2k\pi\,;\frac{3\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$$

Exercice 2

On pose $X = \sin(x)$: $X\left(2X + \quad 2\right) = 0 \iff X = 0$ ou $X = -\dfrac{2}{2}$.

- $\sin(x) = 0 = \sin(0) \iff x = 2k\pi$ ou $x = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
- $\sin(x) = -\dfrac{2}{2} = \sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) \iff x = -\dfrac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $x = \pi + \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi = \dfrac{5\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$S = \left\{2k\pi\,;-\frac{\pi}{4} + 2k\pi\,;\pi + 2k\pi\,;\frac{5\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$$

Exercice 3

On pose $X = \cos(x)$: $2X^2 - 3X + 1 = 0$. $\Delta = 9 - 8 = 1 > 0$, donc $X_1 = \dfrac{3-1}{4} = \dfrac{1}{2}$ et $X_2 = \dfrac{3+1}{4} = 1$.

- $\cos(x) = 1 \iff x = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
- $\cos(x) = \dfrac{1}{2} = \cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) \iff x = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = -\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$S = \left\{2k\pi\,;-\frac{\pi}{3} + 2k\pi\,;\frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$$

Exercice 4

On pose $X = \sin(x)$: $2X^2 - X - 1 = 0$. $\Delta = 1 + 8 = 9 > 0$, donc $X_1 = \dfrac{1-3}{4} = -\dfrac{1}{2}$ et $X_2 = \dfrac{1+3}{4} = 1$.

- $\sin(x) = 1 \iff x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$; dans $]-\pi\,;\pi[$: $x = \dfrac{\pi}{2}$.
- $\sin(x) = -\dfrac{1}{2} = \sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) \iff x = -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi$; dans $]-\pi\,;\pi[$: $x = -\dfrac{\pi}{6}$ ou $x = \dfrac{7\pi}{6} - 2\pi = -\dfrac{5\pi}{6}$.

$$S = \left\{-\frac{5\pi}{6}\,;-\frac{\pi}{6}\,;\frac{\pi}{2}\right\}$$

Exercice 5

Avec $\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)$, l'équation équivaut à $\sin^2(x) - \left(1 + \frac{2}{2}\right)\sin(x) + \frac{2}{2} = 0$.

On pose $X = \sin(x)$: $X^2 - \left(1 + \frac{2}{2}\right)X + \frac{2}{2} = 0$. $X = 1$ est racine ($1 - 1 - \frac{2}{2} + \frac{2}{2} = 0$) ; le produit des racines vaut $\frac{2}{2}$, donc l'autre racine est $X = \frac{2}{2}$.

- $\sin(x) = 1 \iff x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
- $\sin(x) = \frac{2}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \iff x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$\boxed{S = \left\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi\,;\, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\,;\, \frac{3\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}}$$

Changement de variable trigonométrique : exercices corrigés PDF (Première). Ces exercices corrigés montrent comment résoudre une équation trigonométrique par changement de variable : on pose X = cos(x) ou X = sin(x), on résout l'équation du second degré obtenue, puis on revient à x. La feuille PDF couvre aussi l'usage de cos² + sin² = 1. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.