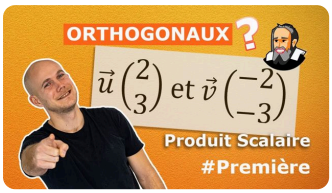
Vérifier que deux vecteurs sont orthogonaux

Exercices corrigés PDF · Première



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

85 % de réussite

Dans un repère orthonormé, on donne $u\,(-5\,;10)$ et $v\,(-6\,;-2)$.

1) Calculer $u \cdot v$.

2) Les vecteurs u et v sont-ils orthogonaux ? Justifier.

Corrigé interactif

Exercice 2

35 % de réussite

Dans un repère orthonormé, on donne $A(-1\,;-3)$, $B(3\,;-1)$ et $C(-3\,;1)$.

1) Calculer $AB \cdot AC$.

2) Calculer AB et AC.

3) En déduire la nature du triangle ABC.

Corrigé interactif

Exercice 3

53 % de réussite

$ABCD$ est un parallélogramme tel que $AB = 4$ cm, $AD = 3$ cm et $AC = 6$ cm. On veut savoir si $ABCD$ est un rectangle.

1) Quel produit scalaire faut-il calculer pour savoir si l'angle ~~DAB~~ est droit ?

2) Montrer que $AB \cdot AD = \dfrac{1}{2}\left(AC^2 - AB^2 - AD^2\right)$, puis calculer ce produit scalaire.

3) $ABCD$ est-il un rectangle ? Justifier.

Corrigé interactif

Exercice 4

74 % de réussite

Corrigé interactif

ABC est un triangle tel que $AB = 5$ cm, $AC = 4$ cm et $BC = 3$ cm.

1) Quel produit scalaire est nul si et seulement si ABC est rectangle en C ?

2) Montrer que $CA \cdot CB = \frac{1}{2}\left(CA^2 + CB^2 - AB^2\right)$.

3) En déduire que ABC est rectangle en C.

Vérifier que deux vecteurs sont orthogonaux

Corrigé détaillé

Exercice 1

1) $u \cdot v = (-5) \times (-6) + 10 \times (-2) = 30 - 20 = 10$, donc $\boxed{u \cdot v = 10}$.

2) $u \cdot v \neq 0$, donc $\boxed{u \text{ et } v \text{ ne sont pas orthogonaux}}$.

Exercice 2

1) $AB\,(3+1\,;-1+3) = (4\,;2)$ et $AC\,(-3+1\,;1+3) = (-2\,;4)$.
$AB \cdot AC = 4 \times (-2) + 2 \times 4 = -8 + 8$, donc $\boxed{AB \cdot AC = 0}$.

2) $AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ et $AC = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, donc $\boxed{AB = AC = 2\sqrt{5}}$.

3) Le produit scalaire est nul, donc $(AB) \perp (AC)$: le triangle est rectangle en A. De plus $AB = AC$: il est isocèle en A.
$\boxed{ABC \text{ est rectangle isocèle en } A}$.

Exercice 3

1) L'angle $\widehat{DAB}$ est droit si et seulement si $\boxed{AB \cdot AD = 0}$.

2) $ABCD$ est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. Ainsi
$AC^2 = \|AB + AD\|^2 = AB^2 + 2\,AB \cdot AD + AD^2$, d'où la formule.
$AB \cdot AD = \frac{1}{2}\left(6^2 - 4^2 - 3^2\right) = \frac{1}{2}(36 - 16 - 9)$, donc $\boxed{AB \cdot AD = \frac{11}{2}}$.

3) $AB \cdot AD \neq 0$, donc $\widehat{DAB}$ n'est pas droit : $\boxed{ABCD \text{ n'est pas un rectangle}}$.

Exercice 4

1) ABC est rectangle en C si et seulement si $\boxed{CA \cdot CB = 0}$.

2) $AB = CB - CA$, donc $AB^2 = CB^2 - 2\,CA \cdot CB + CA^2$, d'où $CA \cdot CB = \frac{1}{2}\left(CA^2 + CB^2 - AB^2\right)$.

3) $CA \cdot CB = \frac{1}{2}(16 + 9 - 25) = 0$, donc $CA \perp CB$: $\boxed{ABC \text{ est rectangle en } C}$.

Montrer que 2 vecteurs sont orthogonaux : exercices corrigés PDF (Première). Pour savoir si deux vecteurs sont orthogonaux, on calcule leur produit scalaire : les vecteurs sont orthogonaux si et seulement s'il est nul. Ces exercices corrigés montrent comment démontrer que deux vecteurs sont orthogonaux avec les coordonnées ou avec les normes. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.