Optimisation d'aire : maximum ou minimum

Exercices corrigés PDF · Première



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

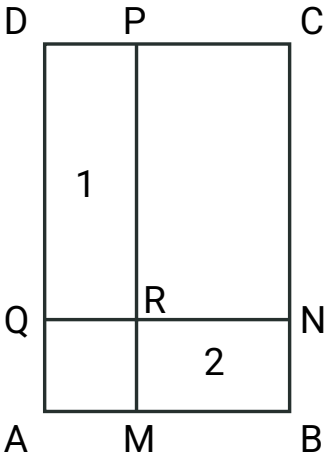
Vidéo et exercices

Exercice 1

40 % de réussite

Corrigé interactif

$ABCD$ est un rectangle avec $AB = 8$ cm et $BC = 12$ cm. Un point M se déplace sur $[AB]$ et on note $x = AM$. $AMRQ$ est un carré, $QRPD$ (zone 1) et $MBNR$ (zone 2) sont des rectangles.



1) À quel intervalle appartient x ?

2) Montrer que la somme $\mathcal{A}(x)$ des aires des zones 1 et 2 vaut $\mathcal{A}(x) = -2x^2 + 20x$.

3) Écrire $\mathcal{A}(x)$ sous forme canonique.

4) Pour quelle valeur de x cette aire est-elle maximale ? Quelle est l'aire maximale ?

Exercice 2 🌶🌶🌶

Vidéo et exercices

Un éleveur dispose de 40 m de grillage pour fermer un enclos rectangulaire adossé à un mur (le côté le long du mur n'est pas grillagé). On note x la longueur, en mètres, des deux côtés perpendiculaires au mur.

1) Exprimer la longueur du côté parallèle au mur, puis l'aire $S(x)$ de l'enclos. Préciser l'intervalle de x.

2) Déterminer les dimensions de l'enclos d'aire maximale et cette aire.

Exercice 3 🌶🌶🌶🌶

Vidéo et exercices

$ABCD$ est un carré de côté 6 cm. On place $M \in [AB]$, $N \in [BC]$, $P \in [CD]$, $Q \in [DA]$ tels que $AM = BN = CP = DQ = x$, avec $x \in [0\,;6]$. On admet que $MNPQ$ est un carré.

1) Calculer MN^2 en fonction de x et en déduire l'aire $f(x)$ de $MNPQ$.

2) Pour quelle valeur de x cette aire est-elle minimale ? Donner l'aire minimale.

Optimisation d'aire : maximum ou minimum

Corrigé détaillé

Exercice 1

1) M est sur $[AB]$: $\boxed{x \in [0\,;8]}$

2) Zone 1 : $QR = x$ et $QD = 12 - x$, aire $x(12-x)$. Zone 2 : $MB = 8 - x$ et $MR = x$, aire $x(8-x)$.
$\mathcal{A}(x) = 12x - x^2 + 8x - x^2 = -2x^2 + 20x$.

3) $\mathcal{A}(x) = -2(x^2 - 10x) = -2\big((x-5)^2 - 25\big) = \boxed{-2(x-5)^2 + 50}$

4) $-2(x-5)^2 \leq 0$, donc $\mathcal{A}(x) \leq 50$, avec égalité pour $x = 5 \in [0\,;8]$. $\boxed{x = 5 \text{ cm},\ \mathcal{A}_{\max} = 50 \text{ cm}^2}$

Exercice 2

1) Côté parallèle au mur : $40 - 2x$, avec $x \in \,]0\,;20[$. $\boxed{S(x) = x(40-2x) = -2x^2 + 40x}$

2) S est un polynôme du second degré avec $a = -2 < 0$: il admet un maximum en
$\alpha = -\dfrac{40}{2 \times (-2)} = 10 \in \,]0\,;20[$. $S(10) = 10 \times 20 = 200$. $\boxed{10 \text{ m} \times 20 \text{ m},\ S_{\max} = 200 \text{ m}^2}$

Exercice 3

1) Dans le triangle MBN rectangle en B : $MB = 6 - x$, $BN = x$, donc
$MN^2 = (6-x)^2 + x^2$. $\boxed{f(x) = 2x^2 - 12x + 36}$

2) $f(x) = 2(x^2 - 6x) + 36 = 2(x-3)^2 + 18 \geq 18$, avec égalité pour
$x = 3 \in [0\,;6]$. $\boxed{x = 3 \text{ cm},\ f_{\min} = 18 \text{ cm}^2}$

Problème d'optimisation du second degré : exercices corrigés PDF (Première). Dans un problème d'optimisation du second degré, on exprime l'aire en fonction de x, on précise l'intervalle de x, puis on utilise la forme canonique ou le sommet de la parabole pour trouver une aire maximale ou minimale. Ces exercices d'optimisation sont corrigés étape par étape. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.