Position relative courbe et tangente

Exercices corrigés PDF · Première



Le cours en vidéo

et les exercices en version interactive, corrigés pas à pas.

Vidéo et exercices

Exercice 1

61 % de réussite

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 3x + 2$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

1) Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 2.

2) On pose $g(x) = f(x) - (6 - x)$. Étudier le signe de $g(x)$, puis en déduire la position relative de $\mathcal{C}$ et de T.

Corrigé interactif

Exercice 2

39 % de réussite

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x^3 + 30x^2 + 12x + 12$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

1) Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 2.

2) On pose $g(x) = f(x) - (72x - 28)$.

a. Montrer que $g(x) = -5(x - 2)^3$.

b. Étudier le signe de $g(x)$ et en déduire la position relative de $\mathcal{C}$ et de T.

Corrigé interactif

Exercice 3

Soit f la fonction inverse, définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$, et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

1) Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.

2) Montrer que, pour tout $x \neq 0$, $f(x) - (-x + 2) = \dfrac{(x-1)^2}{x}$.

3) En déduire la position relative de $\mathcal{C}$ et de T.

Vidéo et exercices

Position relative courbe et tangente

Corrigé détaillé

Exercice 1

1) $f'(x) = -2x + 3$, donc $f'(2) = -1$ et $f(2) = -4 + 6 + 2 = 4$.
$T : y = f'(2)(x - 2) + f(2) = -(x - 2) + 4$, soit $\boxed{y = -x + 6}$.

2) $g(x) = -x^2 + 3x + 2 - 6 + x = -x^2 + 4x - 4 = -(x - 2)^2$.
Pour tout réel x, $(x - 2)^2 \geq 0$, donc $g(x) \leq 0$, avec $g(x) = 0$ seulement pour $x = 2$.
$\boxed{\mathcal{C} \text{ est en dessous de } T \text{ sur } \mathbb{R}}$ (elles se touchent au point d'abscisse 2).

Exercice 2

1) $f'(x) = -15x^2 + 60x + 12$, donc $f'(2) = -60 + 120 + 12 = 72$ et $f(2) = -40 + 120 + 24 + 12 = 116$.
$T : y = 72(x - 2) + 116$, soit $\boxed{y = 72x - 28}$.

2) a. $g(x) = -5x^3 + 30x^2 - 60x + 40 = -5(x^3 - 6x^2 + 12x - 8)$.
Or $(x - 2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$, donc $\boxed{g(x) = -5(x - 2)^3}$.

b. $(x - 2)^3$ a le signe de $x - 2$, donc $g(x)$ a le signe de $-(x - 2)$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

$\boxed{\mathcal{C} \text{ est au-dessus de } T \text{ sur }]-\infty\,;2[\text{ et en dessous sur }]2\,;+\infty[}$: la tangente traverse la courbe au point d'abscisse 2.

Exercice 3

1) $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$, donc $f'(1) = -1$ et $f(1) = 1$.
$T : y = -(x - 1) + 1$, soit $\boxed{y = -x + 2}$.

2) $\dfrac{1}{x} + x - 2 = \dfrac{1 + x^2 - 2x}{x} = \dfrac{(x - 1)^2}{x}$.

3) $(x - 1)^2 \geq 0$, donc la différence a le signe de x (et s'annule en $x = 1$).
$\boxed{\mathcal{C} \text{ est en dessous de } T \text{ sur }]-\infty\,;0[\text{ et au-dessus de } T \text{ sur }]0\,;+\infty[}$, avec un point de contact en $x = 1$.

Position relative courbe et tangente : exercices corrigés PDF (Première). Ces exercices montrent comment étudier la position relative d'une courbe et de sa tangente : on écrit l'équation de la tangente, puis on étudie le signe de la différence f(x) − y. Chaque exercice de position relative courbe tangente est corrigé pas à pas. Cours en vidéo et exercices interactifs corrigés sur galilee.ac.